

# MATERIÁLY

XI MEZINÁRODNÍ VĚDECKO - PRAKTICKÁ  
KONFERENCE

## «VĚDA A TECHNOLOGIE: KROK DO BUDOUCNOSTI - 2015»

27 února - 05 březen 2015 roku

### Díl 16 Technické vědy

Praha  
Publishing House «Education and Science» s.r.o  
2015

Vydáno Publishing House «Education and Science»,  
Frýdlanská 15/1314, Praha 8  
Spolu s DSP SHID, Berdianskaja 61 B, Dnepropetrovsk

**Materiály XI mezinárodní vědecko - praktická konference  
«Věda a technologie: krok do budoucnosti – 2015».** - Díl 16.  
Technické vědy.: Praha. Publishing House «Education and  
Science» s.r.o - 96 stran

**Šéfredaktor:** Prof. JUDr. Zdeněk Černák

**Náměstek hlavního redaktor:** Mgr. Alena Pelicánová

**Zodpovědný za vydání:** Mgr. Jana Štefko

**Manažer:** Mgr. Helena Žáková

**Technický pracovník:** Bc. Kateřina Zahradníčková

XI sběrné nádobě obsahují materiály mezinárodní vědecko - praktická  
konference «Věda a technologie: krok do budoucnosti»  
(27 února - 05 březen 2015 roku)  
po sekcích Technické vědy.

Pro studentů, aspirantů a vědeckých pracovníků

Cena 270 Kč

ISBN 978-966-8736-05-6

© Kolektiv autorů, 2015

© Publishing house «Education and Science» s.r.o.

обкатування поверхонь з сталі 20 необхідна нормальна сила 500 Н, а при обкатуванні поверхонь з сталі У8 тискові 1800 Н/мм<sup>2</sup> відповідає сила 950 Н.

При обкатуванні сталей 20, 45, 20ХН3А, ШХ15, У8 та 18ХГТ найнижча шорсткість поверхонь забезпечується при питомому тиску 1400-1800 Н/мм<sup>2</sup>. При цьому, при вихідній шорсткості  $R_a$  2,5-1,6 мкм, в результаті обкатування досягається шорсткість  $R_a$  0,125 і навіть  $R_a$  0,063 мкм, тобто шорсткість поверхонь знижується на 4-5 класів. Взагалі, шорсткість вихідної поверхні в межах до  $R_a$  5 мкм практично не впливає на шорсткість обробленої поверхні. Необхідно відмітити, що збільшення сил деформації відносно номінальних значень приводить до перенаклепу оброблюваних поверхонь, злущування і підвищення шорсткості.

Найбільш доцільним є обкатування з подачами  $S_o = 0,10-0,20$  мм/об, які забезпечують підвищення продуктивності у 2-3 рази і не погіршують шорсткості обробленої поверхні у порівнянні з широко застосовуваними подачами 0,06-0,08 мм/об.

Щодо швидкості обкатування, то вона не суттєво впливає на шорсткість обробленої поверхні і для забезпечення високої продуктивності рекомендується швидкість 50-150 м/хв.

#### Література

1. Пшибыльский В. Технология поверхностной пластической обработки. М.: Металлургия, 1991.- 479 с.
2. Головка для обработки плоских поверхностей виброобкатыванием./ С.С. Добрянский, С.Г. Радченко.- Технология и автоматизация машиностроения: Респ. Меж вед. Науч.-техн. сб., 1986, вып. 37, с.34-37.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: ГИТТЛ, 1956.- 608 с.
4. Киричок П.О., Олійник В.Г., Киричок Т.Ю. Зміцнення поверхонь металевих деталей. Київ: «Преса України», 2004.- 240 с.

Гурвич Ю.А., Фулади Р., Ващенко Ю.В.

*Белорусский национальный технический университет*

## АНАЛИЗ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ДВУХШАРНИРНЫХ КАРДАНЫХ ПЕРЕДАЧ С ТРЕМЯ УГЛАМИ ИЗЛОМА

Связь между механизмами трансмиссий транспортных средств, например двигателя с коробкой передач при ее отдельной установке, коробки передач с раздаточной коробкой и от нее к передним и задним ведущим мостам осуществляется с помощью карданных передач. В качестве примера рассмотрим подземный самосвал БелАЗ-75800 (Рисунок1) и его кинематическую схему (Рисунок2).

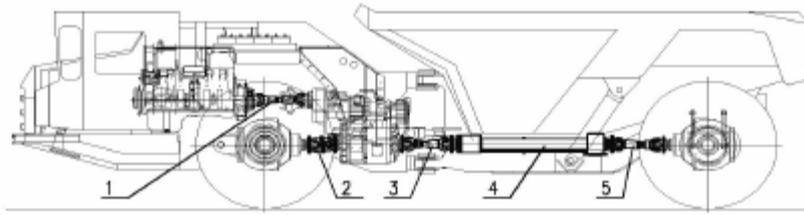


Рисунок 1 – Подземный самосвал БелАЗ-75800: 1- карданный вал коробки передач; 2- карданный вал переднего моста; 3- карданный вал промежуточной опоры (промопоры); 4 – промопора; 5- карданный вал заднего моста.

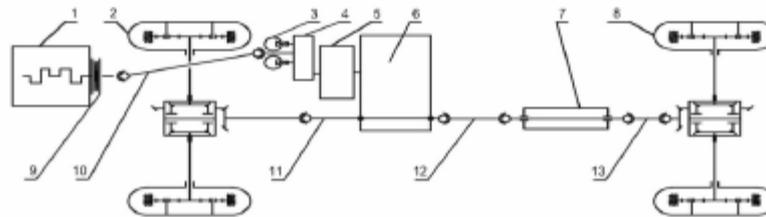


Рисунок 2 – Кинематическая схема трансмиссии подземного самосвала БелАЗ-75800: 1- ДВС; 2- мост передний; 3- насосы рулевого управления; 4- передача согласующая; 5- гидротрансформатор; 6- коробка передач; 7-промопора; 8- мост задний; 9- муфта демпферная; 10- карданный вал коробки передач; 11- карданный вал переднего моста; 12- карданный вал промопоры; 13- карданный вал заднего моста.

Карданная передача состоит из одного или нескольких карданных шарниров (рисунок 3).

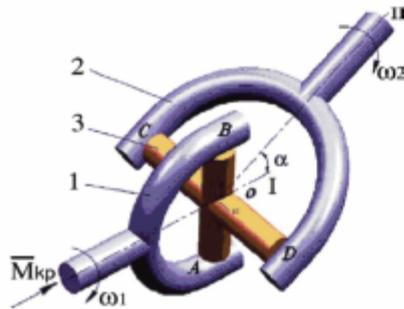


Рисунок 3 – Кинематическая схема карданного шарнира: 1, 2 – вилки; 3 – крестовина; I – ось вращения вилки I; II – ось вращения вилки 2;  $\alpha$  – угол между осями I и II; III – новое положение оси вращения вилки 2 при переменном угле  $\alpha$ ;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – угловые скорости ведущего и ведомого валов;

На рис. 4 приведена схема карданной передачи с двумя карданами. При различных углах наклона карданной передачи изменяется длина шлицевого соединения  $s$ , вследствие изменения длины  $\Delta$ . В результате изменения длины шлицевого соединения, являющиеся непрерывной функцией времени, изменяется

жесткость системы. Подчеркнём, что для иллюстрации работы шлицевого соединения на рисунке 4 показаны три дискретных положения конца шлицевого вала: крайнее левое –  $\Delta_0$ ; среднее –  $\Delta_1$ ; крайнее правое –  $\Delta_2$ ;  $s = \Delta_2 - \Delta_0$ ;

Рассмотрим случай, когда вилка 2 сдвинута относительно вилки 1', повернутой относительно вала II на угол  $\theta$ , по направлению вращения на угол  $\psi$ , вследствие чего вал III смещен на некоторый угол  $\xi$  от первоначального положения. Пусть вал I повернулся на некоторый угол  $\alpha$ . На такой же угол повернулась от горизонтальной плоскости вилка 1. Вал II повернется на угол  $\beta$ . Таким образом для углов  $\alpha$  и  $\beta$  имеем:

$$\tan \beta = \tan \beta \cdot \cos \gamma. \quad (1)$$

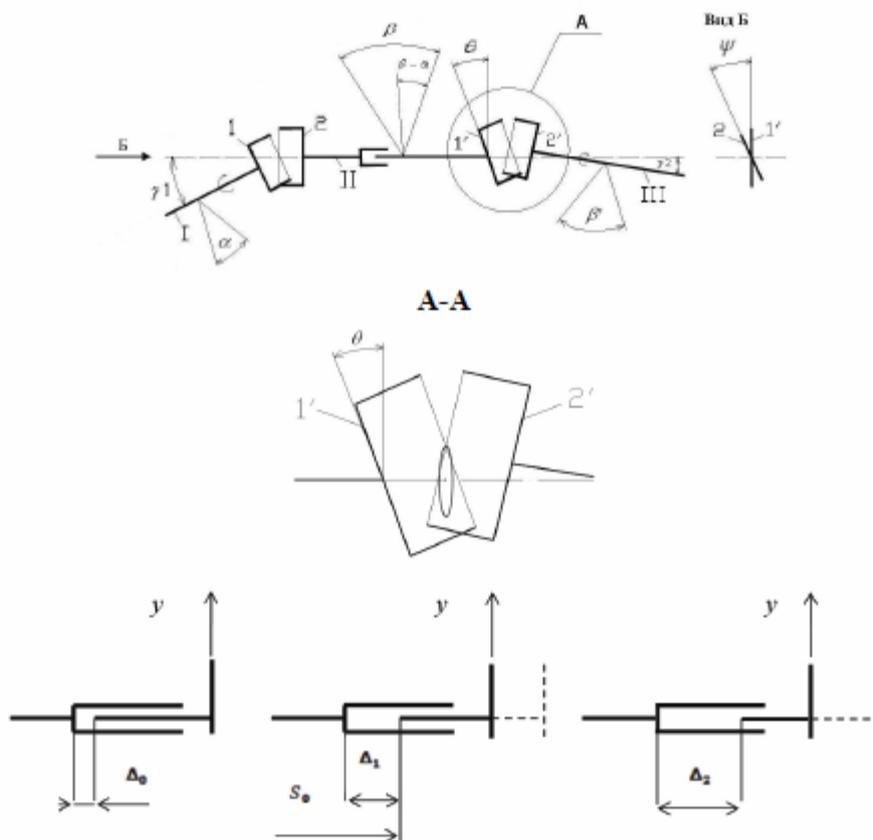


Рисунок 4 – Схема карданной передачи с двумя шарнирами и обозначением углов:  $\alpha$  – угол поворота вала I;  $\beta$  – угол поворота вала III;  $\gamma_1$  – угол излома вала I;  $\gamma_2$  – угол излома вала III;  $\psi$  – угол между вилками 2 и 1', расположенными на валу II

Если бы обе вилки карданов на валу II вначале движения лежали в одной горизонтальной плоскости, то для определения соотношения между углами  $\beta$  и  $\beta'$  можно было бы применить уравнение (1), предположив, что вся система повернулась на угол, равный  $\frac{\pi}{2}$ , т. е. в этом случае получаем следующее соотношение, между углами  $\beta$  и  $\beta'$

$$\operatorname{tg}\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\gamma_2 + \theta) \cdot \operatorname{tg}\left(\beta' + \frac{\pi}{2}\right) \text{ или } \operatorname{tg}\beta = \cos(\gamma_2 + \theta) \cdot \operatorname{tg}\beta'.$$

Ранее было принято, что вилка 1' смещена по отношению к вилке 2 на угол  $\psi$ , а по отношению к вилке 1 на угол  $\xi$ . Поэтому получаем такое соотношение между углами  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\beta + \frac{\pi}{2} + \psi\right) &= \cos(\gamma_2 + \theta) \cdot \operatorname{tg}\left(\beta' + \frac{\pi}{2} + \xi\right) \text{ или} \\ \operatorname{tg}(\beta + \psi) &= \cos(\gamma_2 + \theta) \cdot \operatorname{tg}(\beta' + \xi). \end{aligned} \quad (2)$$

Решая это уравнение относительно  $\operatorname{tg}\beta'$ , получим:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\beta' &= \frac{\cos(\gamma_2 + \theta) \cdot \operatorname{tg}\alpha(1 + \operatorname{tg}^2\psi)}{\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2(\gamma_2 + \theta) \cdot \operatorname{tg}\psi(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)}, \\ \beta' &= \operatorname{arctag}\left(\frac{\cos(\gamma_2 + \theta) \cdot \operatorname{tg}\alpha(1 + \operatorname{tg}^2\psi)}{\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2(\gamma_2 + \theta) \cdot \operatorname{tg}\psi(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\theta$  – угол излома между вилкой 1' и валом II.

Получим формулы для определения угловой скорости  $\omega_3$  и углового ускорения  $\epsilon_3$  поворота ведомого вала III.

Из соотношения (3) видно, что угол  $\beta'$  является функцией двух переменных  $\alpha$  и  $\gamma_2$ . Следовательно, полная производная по времени от  $\beta'$  будет представлять собой сумму двух слагаемых:

$$\frac{d\beta'}{dt} = \frac{\partial\beta'}{\partial\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial\beta'}{\partial\gamma_2} \cdot \frac{d\gamma_2}{dt}. \quad (4)$$

Выражение (4) перепишем в виде:

$$\omega_3 = \omega_1 \cdot L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi, \theta) + \omega_{\gamma_2} \cdot L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi, \theta). \quad (5)$$

Определим угловое ускорение ведомого вала  $\varepsilon_3$ , взяв полную производную по времени от левой и правой частей выражения (5):

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_1 \cdot L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi, \theta) + \omega_1 \cdot \left( \frac{\partial L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi, \theta)}{\partial \alpha} \cdot \omega_1 + \frac{\partial L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi, \theta)}{\partial \gamma_2} \cdot \omega_{\gamma_2} \right) + \\ + \varepsilon_{\gamma_2} \cdot L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi, \theta) + \omega_{\gamma_2} \cdot \left( \frac{\partial L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi, \theta)}{\partial \alpha} \cdot \omega_1 + \frac{\partial L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi, \theta)}{\partial \gamma_2} \cdot \omega_{\gamma_2} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_{\gamma_2}$ , – угловые ускорения валов I и III соответственно.

Отметим, что впервые получено значение углового ускорения  $\varepsilon_3$  в функции трёх углов:  $\gamma_2$ ,  $\psi$ ,  $\theta$ .

В динамике колесо, сидящее на валу III, получит дополнительный момент, равный произведению момента инерции колеса с карданной передачей  $I_y$  на угловое ускорение  $\varepsilon_3$ , что вызовет дополнительное осциллирующее вращение колеса вокруг его оси. Таким образом, колесо получает три движения: первое – вращение колеса вокруг собственной оси; второе – поступательное движение колеса, которое вместе с вращением колеса образует плоско-параллельное движение (это происходит под действием  $M_{кр}$  двигателя); третье – осциллирующее движение колеса под действием дополнительного момента  $M = \pm I_y \cdot \varepsilon_3$ , который вызовет негативные явления, заключающиеся в дополнительном износе шин и поломке игольчатых подшипников и т.д.

Рассмотрим параметрические колебания карданной передачи. Составим уравнение свободных колебаний системы, считая, что они происходят в плоскости чертежа (Рисунок 4).

Если в текущий момент времени  $t$  перемещение массы составляет  $y$ , то восстанавливающая сила упругости карданного вала равна  $-cy$ . Тогда уравнение движения массы имеет вид

$$my'' = -cy, \quad (7)$$

где  $c$  – коэффициент жесткости системы.

Коэффициент жесткости  $c$  можно определить по известной формуле

$$c = \frac{3EJ}{l(l - \delta^2)}, \quad (8)$$

Здесь предполагается, что кардан имеет постоянное поперечное сечение с осевым моментом инерции  $J$ ; через  $E$  обозначен модуль упругости материала кардана. Таким образом, дифференциальное уравнение (7) принимает вид

$$y + \frac{3EJ}{ml(l-s)^3}y = 0, \quad (9)$$

Допустим теперь, что вал скользит во втулке, следуя закону

$$s = s_0 - A \cos \omega t, \quad (10)$$

т. е. вал совершает гармонические колебания с амплитудой  $A$  и круговой частотой  $\omega$ ; здесь  $s_0$  – среднее расстояние от шарнира до вала. В этом случае коэффициент жесткости оказывается функцией времени:

$$c = \frac{3EJ}{l(l - s_0 + A \cos \omega t)^3}, \quad (11)$$

и дифференциальное уравнение (4) становится уравнением с переменными коэффициентами – уравнением типа Матье:

$$y + \frac{3EJ}{ml(l - s_0 + A \cos \omega t)^3}y = 0, \quad (12)$$

Колебания теперь уже нельзя называть свободными, так как они происходят на заданном во времени внешнем воздействии в виде периодического изменения жесткости системы. С другой стороны, их нельзя назвать и вынужденными, так как внешнее воздействие не представляет собой возмущающей силы, а входит в левую часть уравнения движения. Колебания подобных систем, происходящие при заданном изменении параметров системы, называются *параметрически возбуждаемыми*, которые описываются уравнением Матье. Параметрические колебания возникают при наличии какого-либо переменного параметра, создающего эффект, аналогичный действию переменной силы. Обычно таким параметром является переменная жесткость детали или узла. При этом возникает так называемый параметрический резонанс.

Возможность передачи мощности от двигателя к механизмам трансмиссии, удаленных друг от друга и расположенных в разных плоскостях, изменяющих свое первоначальное положение в процессе движения машины, выгодно отличает карданные передачи. Однако, помимо достоинств, карданная передача обладает существенным недостатком, заключающимся в неравномерности вращения выходного вала, возникающей из-за угла излома и двух других углов. Эта неравномерность негативно сказывается на работе элементов карданных передач и механизмов трансмиссии.