Корзун А.С., Крайник Д.А., Горбач Н.И., Гурвич Ю.А.
Белорусский национальный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ АРТИЛЛЕРИЙСКОГО СНАРЯДА ПРИ КВАДРАТИЧНОМ ЗАКОНЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Дифференциальные уравнения движения снаряда при квадратичном законе сопротивления решены численным методом. С помощью программы на языке Turbo Pascal 7.0 определены значения: оптимального угла наклона, при котором дальность полета будет максимальная; двух углов, когда снаряд попадет примерно в одну и ту же точку.

Отвлекаясь от влияния формы снаряда и его вращения, от изменения плотности воздуха с высотой полета снаряда, от влияния вращения Земли, скорости ветра и многих других факторов, рассматриваемых во внешней баллистике, примем снаряд за материальную точку .

Определение уравнений движения снаряда

Рассмотрим движение снаряда весом **P**, которому сообщена начальная скорость $\overline{V_0}$ под углом α к горизонту с учётом силы сопротивления $\overline{R}$, равной по величине $R = k^2PV^2$ и направленной по касательной к траектории снаряда, противоположно вектору скорости $\overline{V}$ (рис. 1).

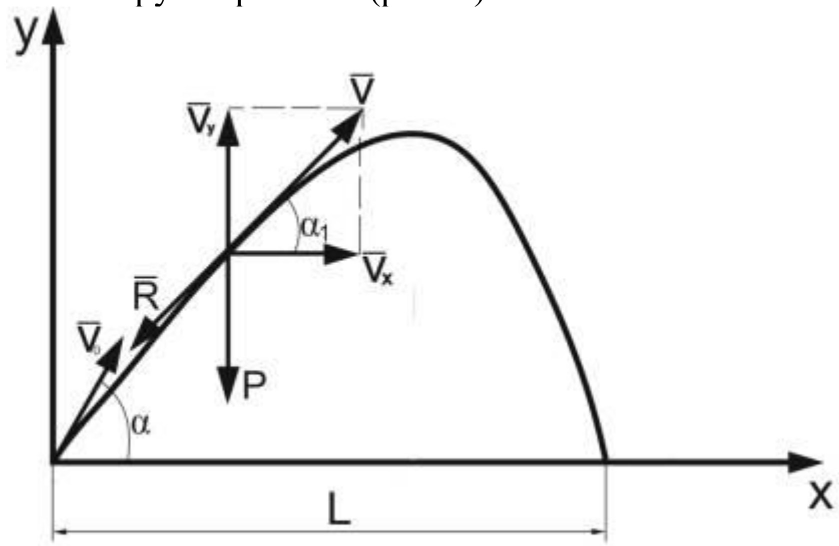

Рисунок 1

Составим дифференциальные уравнения движения снаряда в декартовых осях XOY:

$$m\ddot{x} = -Rcos(\alpha_1),$$
$$m\ddot{y} = -P - Rsin(\alpha_1).$$

Используя обозначения $R = k^2 mgV^2$, $P = mg$, $\sin(\alpha_1) = \frac{V_y}{V}$, $\cos(\alpha_1) = \frac{V_x}{V}$, $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $V_x = \dot{x}(t)$, $V_y = \dot{y}(t)$, получим:

$$\ddot{x} = -kg\dot{x}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}, \qquad (1)$$

$$\ddot{y} = -g\left(1 + k\dot{y}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\right). \qquad (2)$$

Аналитическое решение уравнений (1) и (2) невозможно, поэтому их решения выполним численным методом.

Определение траектории полета снаряда

Для определения траектории необходимо в программе задать начальную скорость V_0 м/с и шаг угла M град. Примем значения коэффициента сопротивления воздуха $k = 0{,}004$ с/м [7].

Построим графические зависимости при следующих данных:

$V_0 = 500$ м/с и $M = 10°$ – рис. 2;

$V_0 = 800$ м/с и $M = 10°$ – рис. 3..

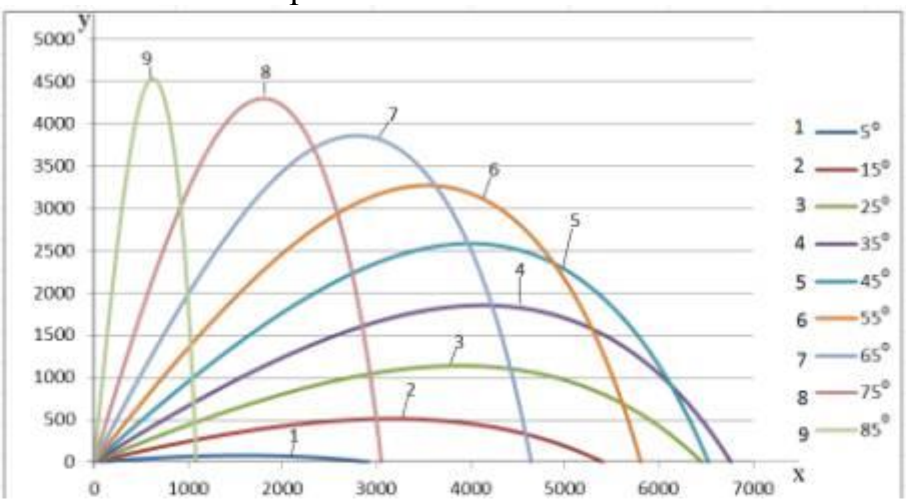

Рисунок 2

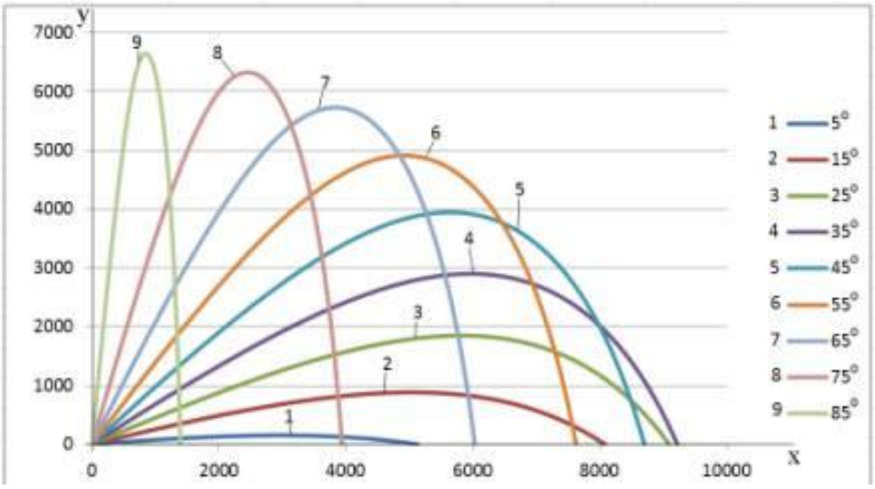

Рисунок 3

Определение пары углов, при которых дальность полета будет примерно одинаковой

Для определения таких двух углов, при которых снаряд попадает примерно в одну и ту же точку с величиной рассеивания 10 м, необходимо в программе задать начальную скорость $V_0 = 800$ м/с и шаг угла $M = 1°$. Результаты вычисления приведены в таблице 2.

Таблица 1

α	L	α	L	α	L	α	L
5	5387,014	25	9766,777	45	9396,144	65	6530,003
6	5916,647	26	9820,47	46	9307,752	66	6327,962
7	6375,204	27	9865,475	47	9213,507	67	6120,309
8	6777,699	28	9901,54	48	9112,959	68	5907,369
9	7132,595	29	9929,864	49	9006,668	69	5689,027
10	7450,127	30	9949,699	50	8894,666	70	5465,317
11	7734,751	31	9961,712	51	8776,543	71	5236,28
12	7992,289	32	9966,077	52	8652,798	72	5001,844
13	8225,346	33	9962,958	53	8523,249	73	4762,182
14	8436,097	34	9952,9	54	8388,14	74	4517,45
15	8627,341	35	9935,245	55	8247,105	75	4267,407
16	8801,439	36	9910,903	56	8100,573	76	4012,428

Продолжение таблицы 1

17	8959,521	37	9879,606	57	7948,38	77	3752,411
18	9103,417	38	9841,819	58	7790,558	78	3487,549
19	9232,274	39	9797,286	59	7627,139	79	3217,883
20	9349,302	40	9746,115	60	7458,148	80	2943,563
21	9454,261	41	9688,716	61	7283,46	81	2664,88
22	9547,694	42	9624,852	62	7103,411	82	2381,839
23	9630,79	43	9554,901	63	6917,722	83	2094,779
24	9703,584	44	9478,639	64	6726,543	84	1803,908
						85	1509,535

Анализ таблицы 1 показал, что существует 10 пар двух различных углов α, которым соответствуют 10 пар дальностей полета снаряда (каждой паре углов – своя пара дальности с величиной рассеивания в паре приблизительно10 м).

при углах:

$\alpha_{11} = 6°$, а $\alpha_{12} = 68°$;
$\alpha_{21} = 10°$, а $\alpha_{22} = 60°$;
$\alpha_{31} = 13°$, а $\alpha_{32} = 55°$.
$\alpha_{41} = 18°$, а $\alpha_{42} = 48°$;
$\alpha_{51} = 22°$, а $\alpha_{52} = 43°$;
$\alpha_{61} = 23°$, а $\alpha_{62} = 42°$.
$\alpha_{71} = 28°$, а $\alpha_{72} = 36°$;
$\alpha_{81} = 29°$, а $\alpha_{82} = 35°$;
$\alpha_{91} = 30°$, а $\alpha_{92} = 34°$.
$\alpha_{101} = 31°$, а $\alpha_{102} = 33°$.

Построим четыре пары траекторий полета снаряда: 1 и 8; 2 и 7; 3 и 6; 4 и 5

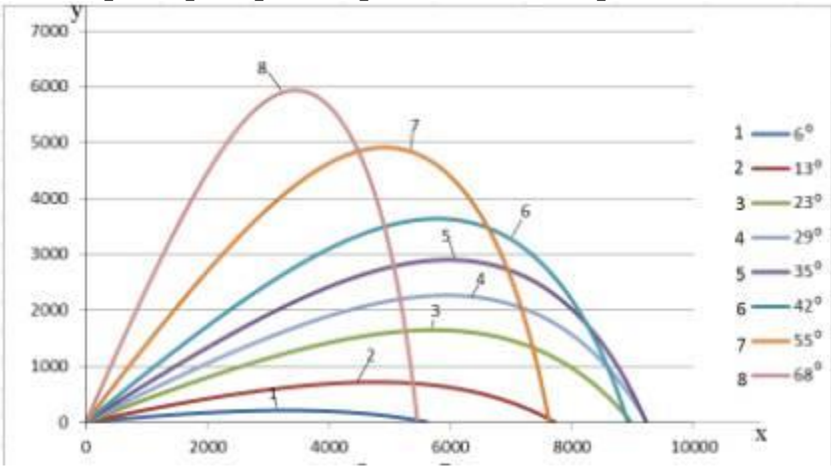

Рисунок 4